



ce
pre
UNI

Física

**CICLO
BÁSICO
2024-1**





ce
pre
UNI

Física

VECTORES

CLASIFICACIÓN DE CANTIDADES FÍSICAS

1. Según su Origen :

1.1 Cantidades Físicas Fundamentales

1.2 Cantidades Físicas Derivadas

2. Según su Naturaleza:

2.1 Cantidades Físicas Escalares

2.2 Cantidades Físicas Vectoriales

2 . 1. Cantidades Físicas Escalares

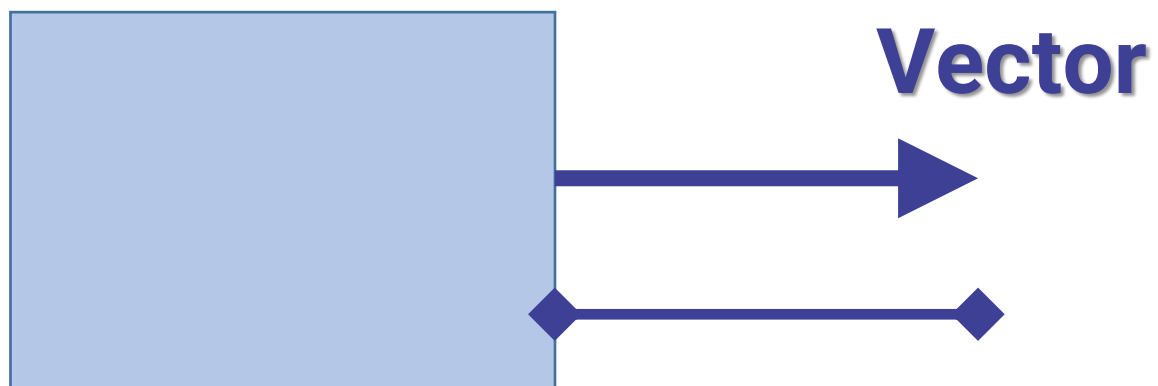
- **No tienen orientación**
- **Sólo tienen valor numérico y unidad de medida**
- **Obedecen el álgebra de los números reales (Puedes sumar y restar estas cantidades como lo aprendiste en el cole)**

Ejemplos: Fundamentales, Área, Volumen, Trabajo, Energía, Potencia

2 . 2. Cantidades Físicas Vectoriales

- **Tienen orientación**
- **Tienen valor numérico y la unidad de medida**
- **No obedecen el álgebra de los números reales**
- **Ejemplos: Posición, Velocidad, Aceleración, Fuerza, Torque, Impulso, Campo Eléctrico, Campo Magnético ...**

Se aplica una fuerza de 5N hacia la derecha



Esta longitud representa la magnitud de la fuerza, en este caso 5N

Esta flecha que es paralela y que apunta de igual forma que el vector, define la orientación del vector.

Orientación

Vector unitario $\hat{u}$

Vector A: $\vec{A}$

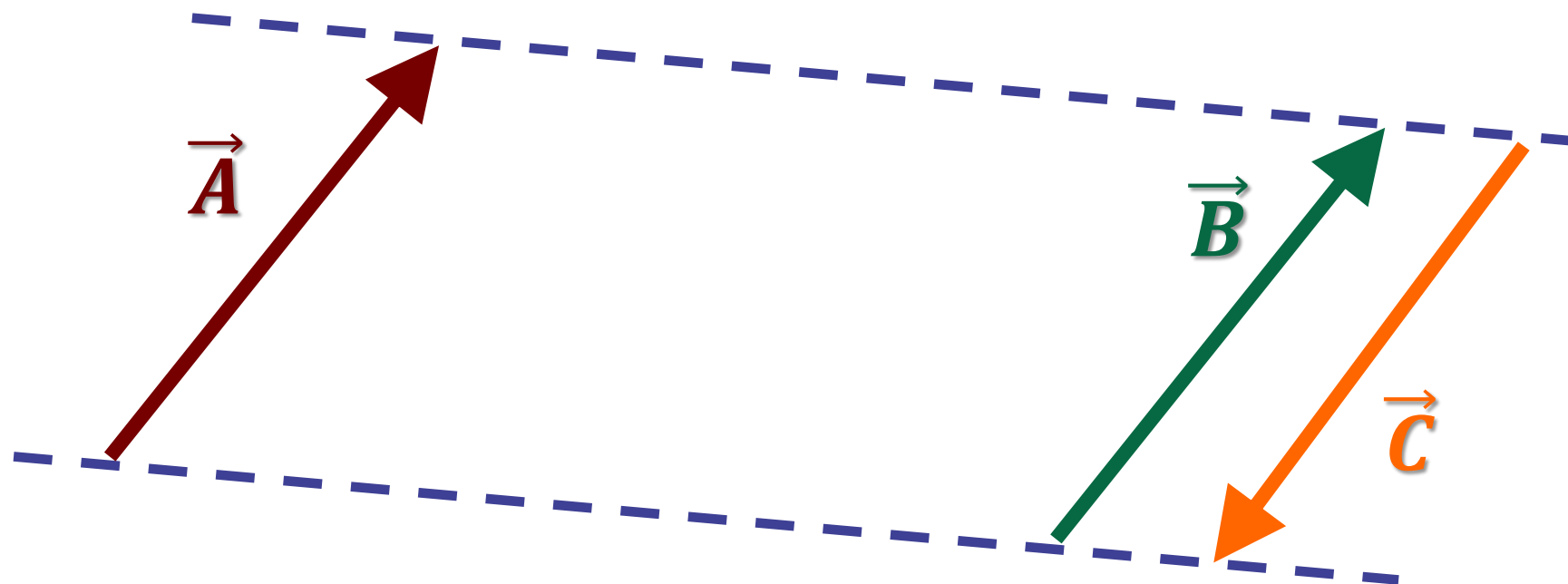
Esta longitud representa la magnitud de la cantidad vectorial, a esto se llama módulo del vector

Módulo del vector A
(Escalar y positivo)

$$|\vec{A}| = A > 0$$

Vector: Módulo y Orientación

$$\vec{A} = |\vec{A}| \hat{u}$$



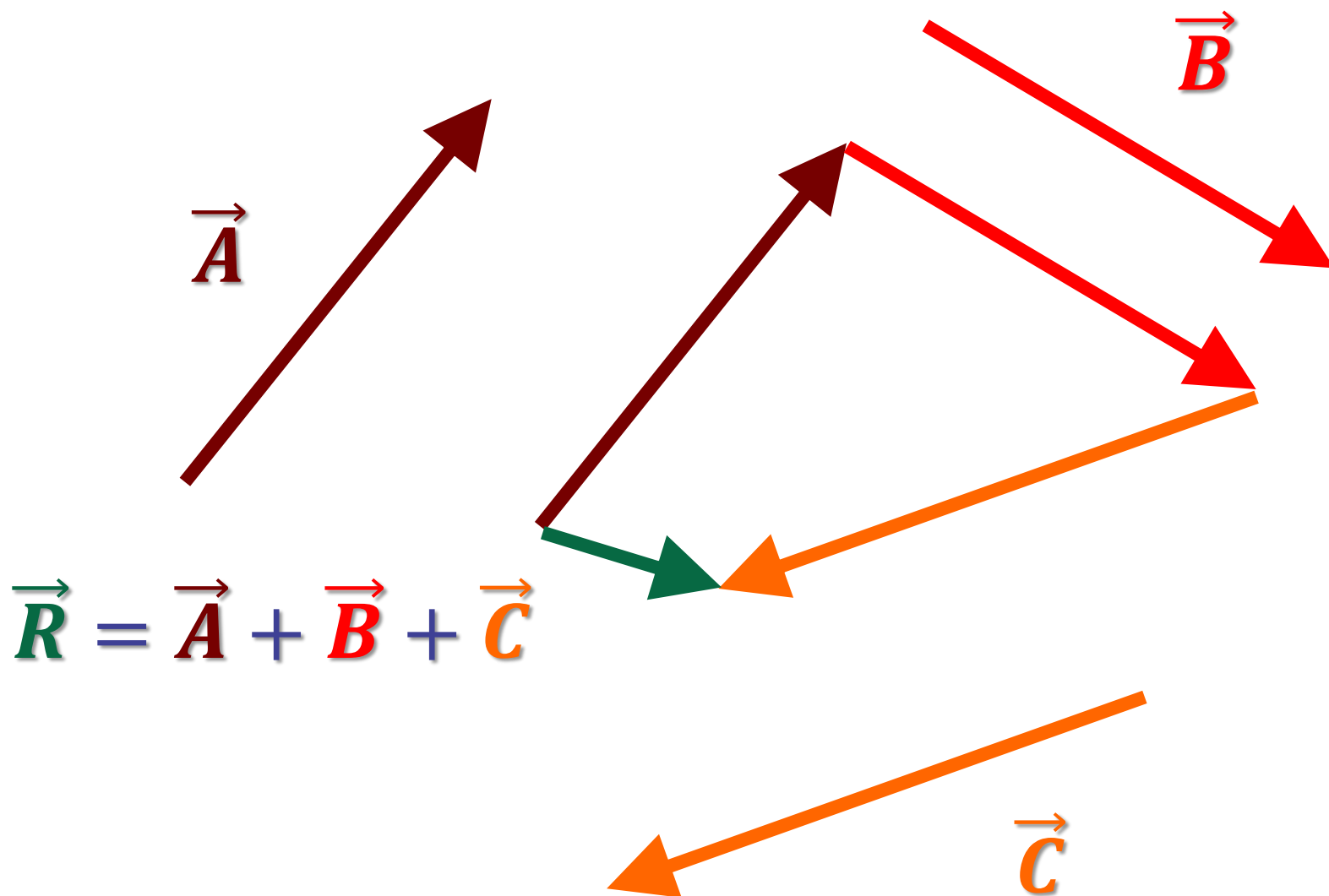
Si $\vec{B}$ tiene el mismo módulo y orientación que $\vec{A}$

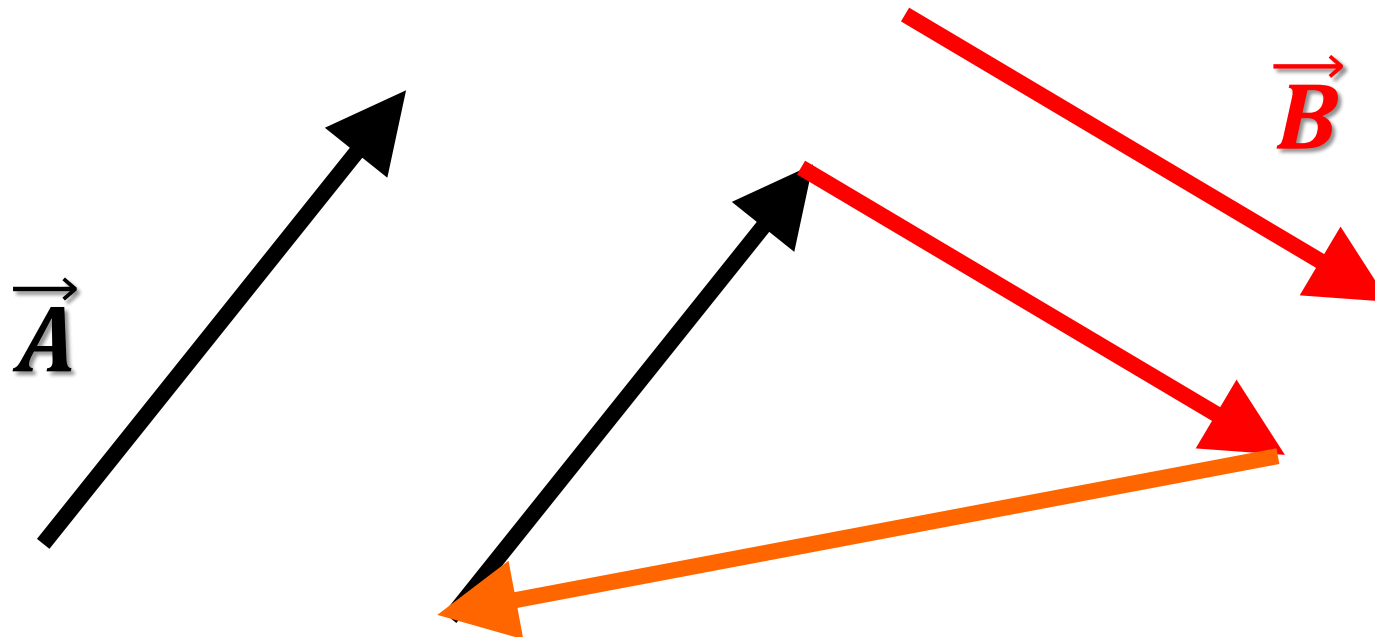
$$\Rightarrow \vec{B} = \vec{A}$$

Si $\vec{C}$ tiene el mismo módulo y orientación opuesta de $\vec{A}$

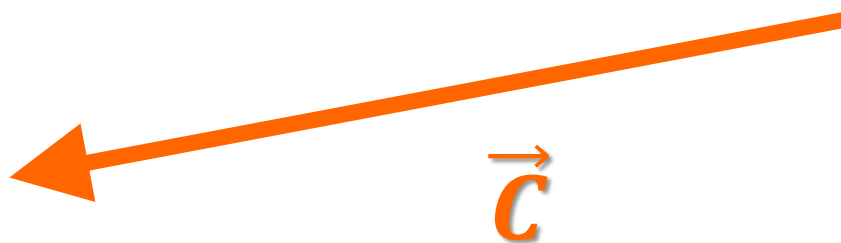
$$\Rightarrow \vec{C} = -\vec{A}$$

SUMA DE VECTORES



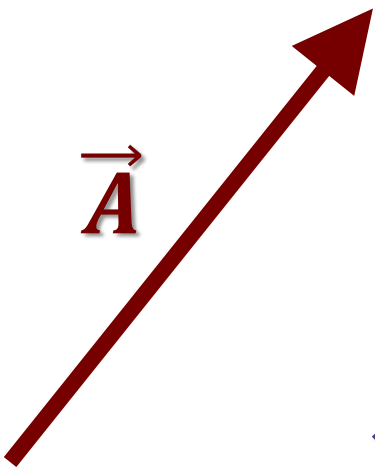


$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$$

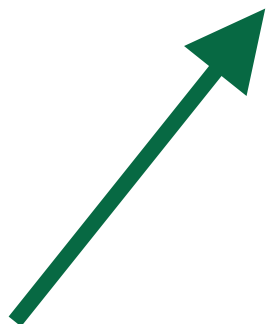


MULTIPLICACIÓN DE UN VECTOR POR UN ESCALAR

m, n : Escalares



$m\vec{A}$



$m > 0$

$m\vec{A}$ y $\vec{A}$ tienen la misma
orientación

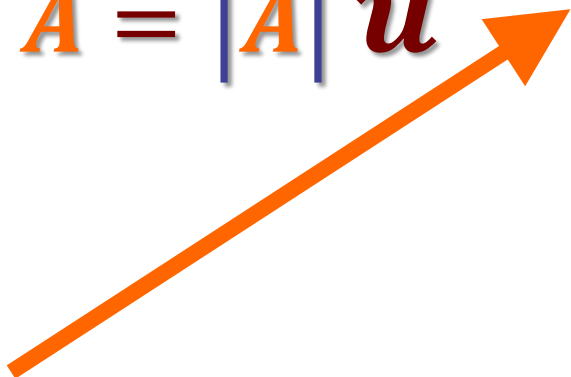
$n\vec{A}$

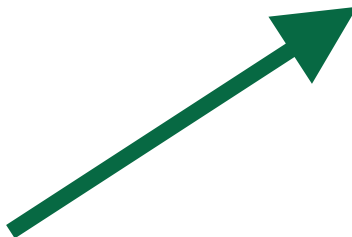


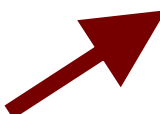
$n < 0$

$n\vec{A}$ y $\vec{A}$ tienen orientaciones
opuestas

VECTOR UNITARIO

$$\vec{A} = |\vec{A}| \hat{u}$$


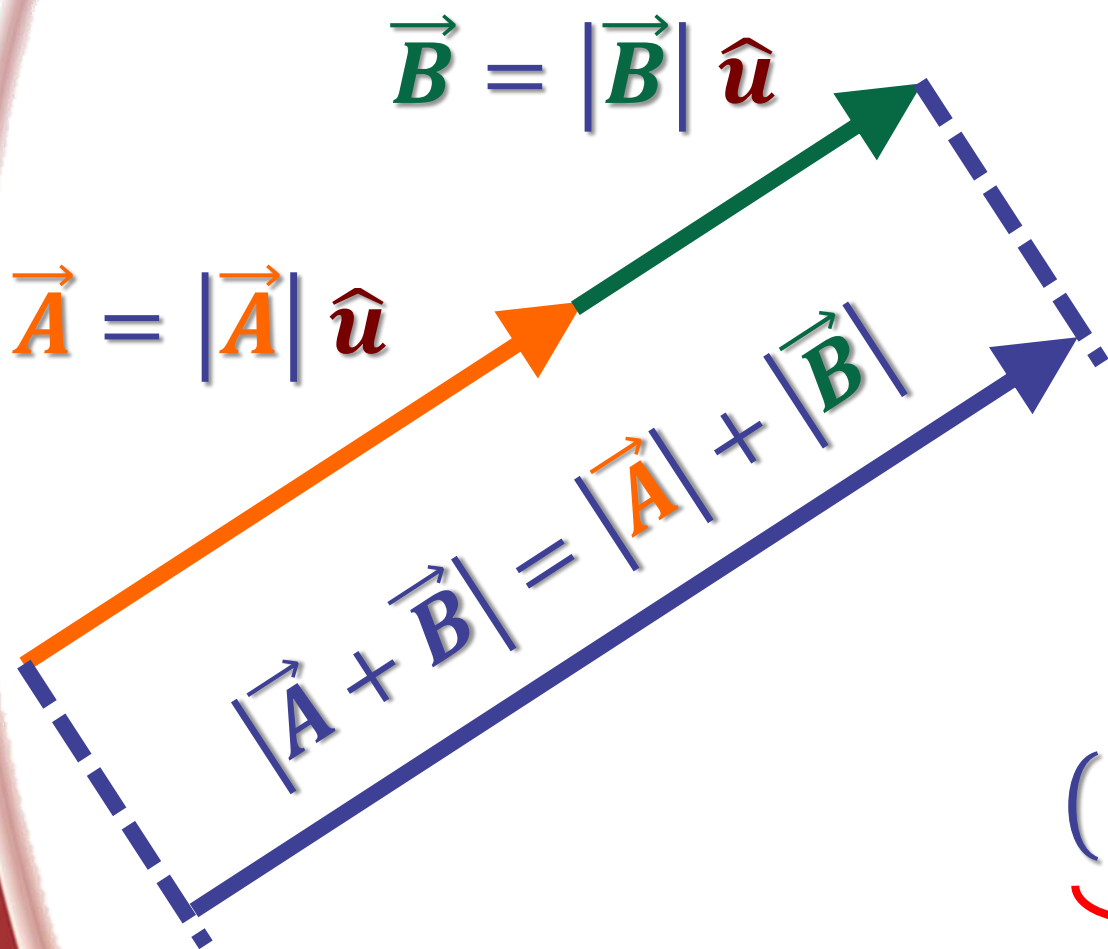
$$\vec{B} = |\vec{B}| \hat{u}$$


$$\hat{u}$$


Si tienen la misma orientación

$$\hat{u} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$$

Al sumar dos vectores con la misma orientación

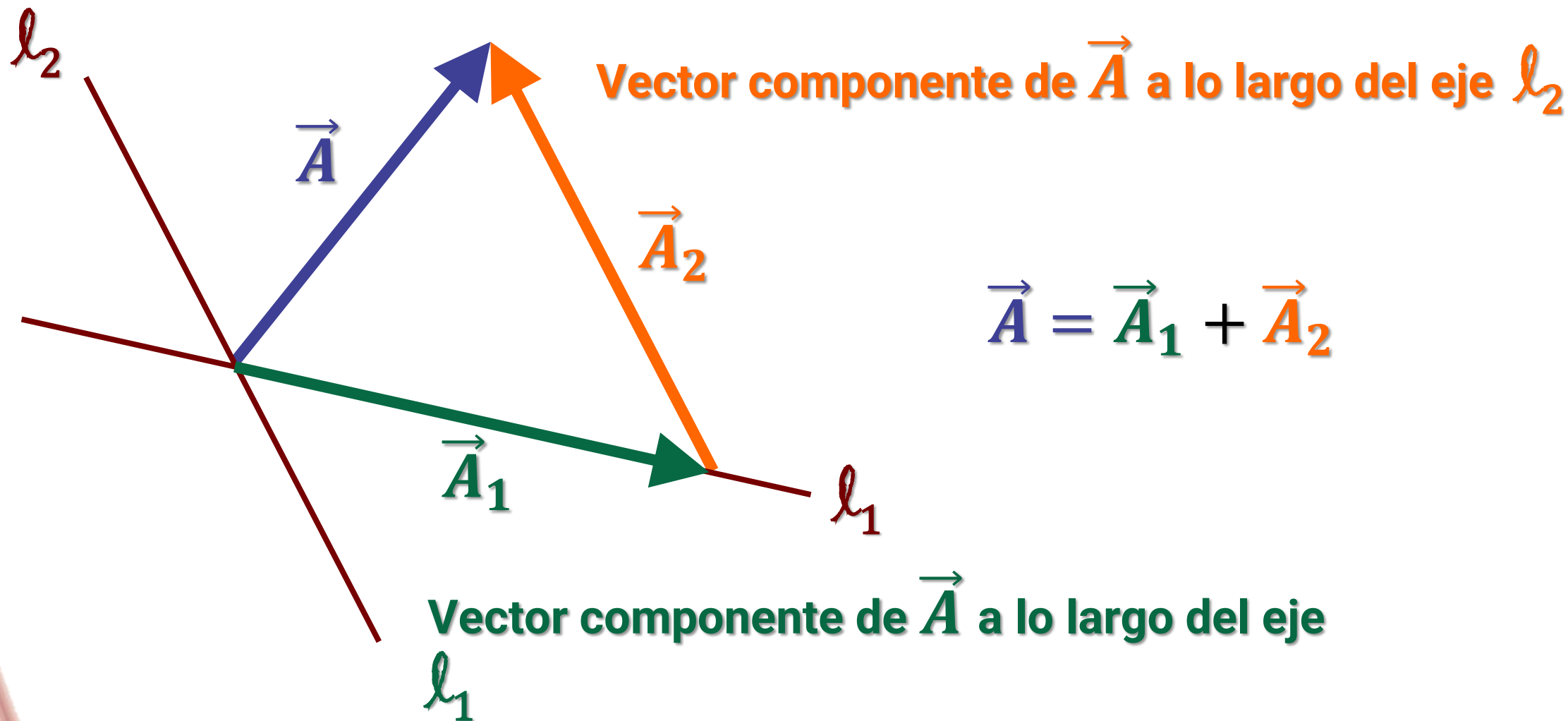


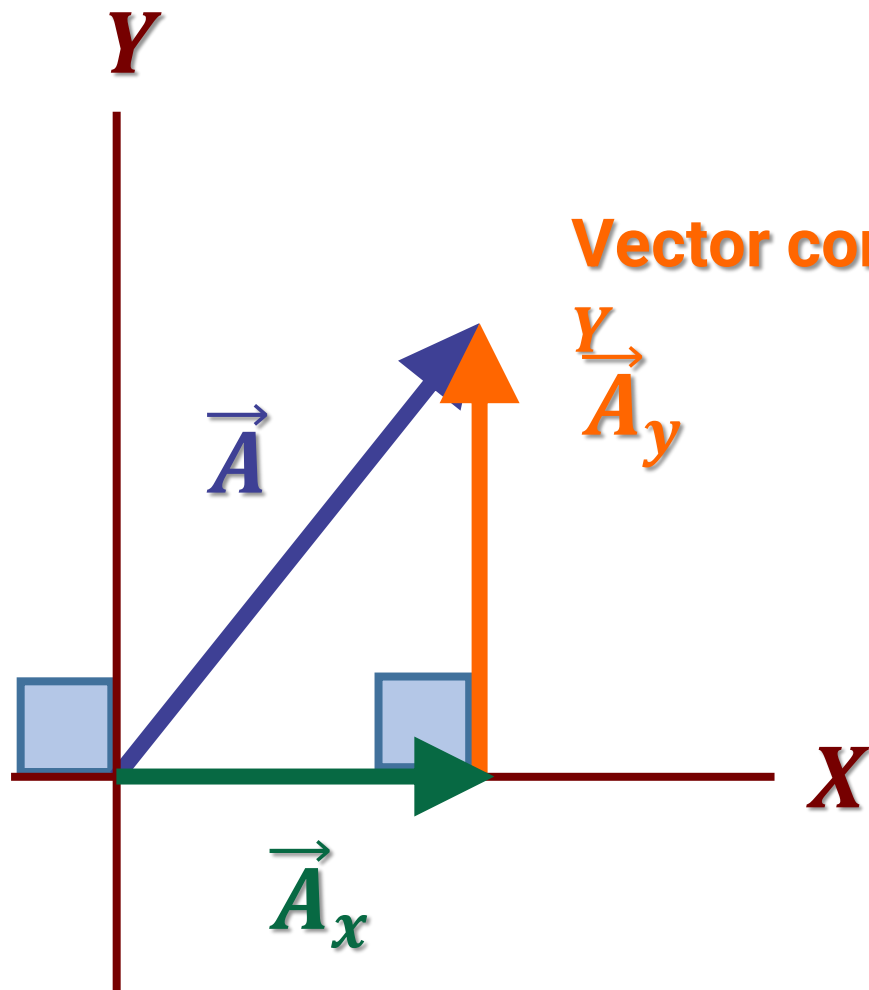
$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\underbrace{|\vec{A} + \vec{B}| \hat{u}}_{\text{red bracket}} = |\vec{A}| \hat{u} + |\vec{B}| \hat{u}$$

$$\underbrace{(|\vec{A}| + |\vec{B}|) \hat{u}}_{\text{red bracket}} = |\vec{A}| \hat{u} + |\vec{B}| \hat{u}$$

DESCOMPOSICIÓN DE VECTORES





Vector componente de $\vec{A}$ a lo largo del eje

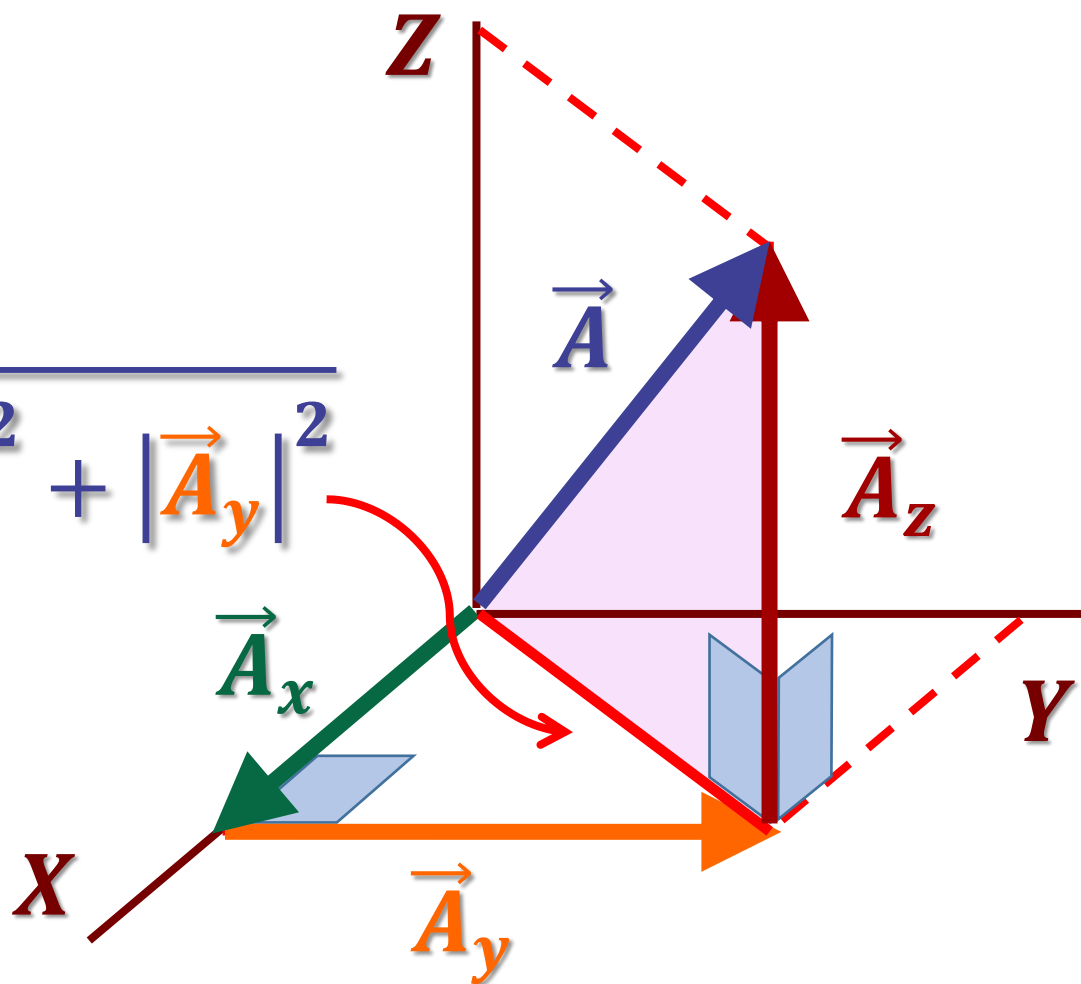
$\vec{A}_y$

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{|\vec{A}_x|^2 + |\vec{A}_y|^2}$$

Vector componente de $\vec{A}$ a lo largo del eje
 X

$$\sqrt{|\vec{A}_x|^2 + |\vec{A}_y|^2}$$

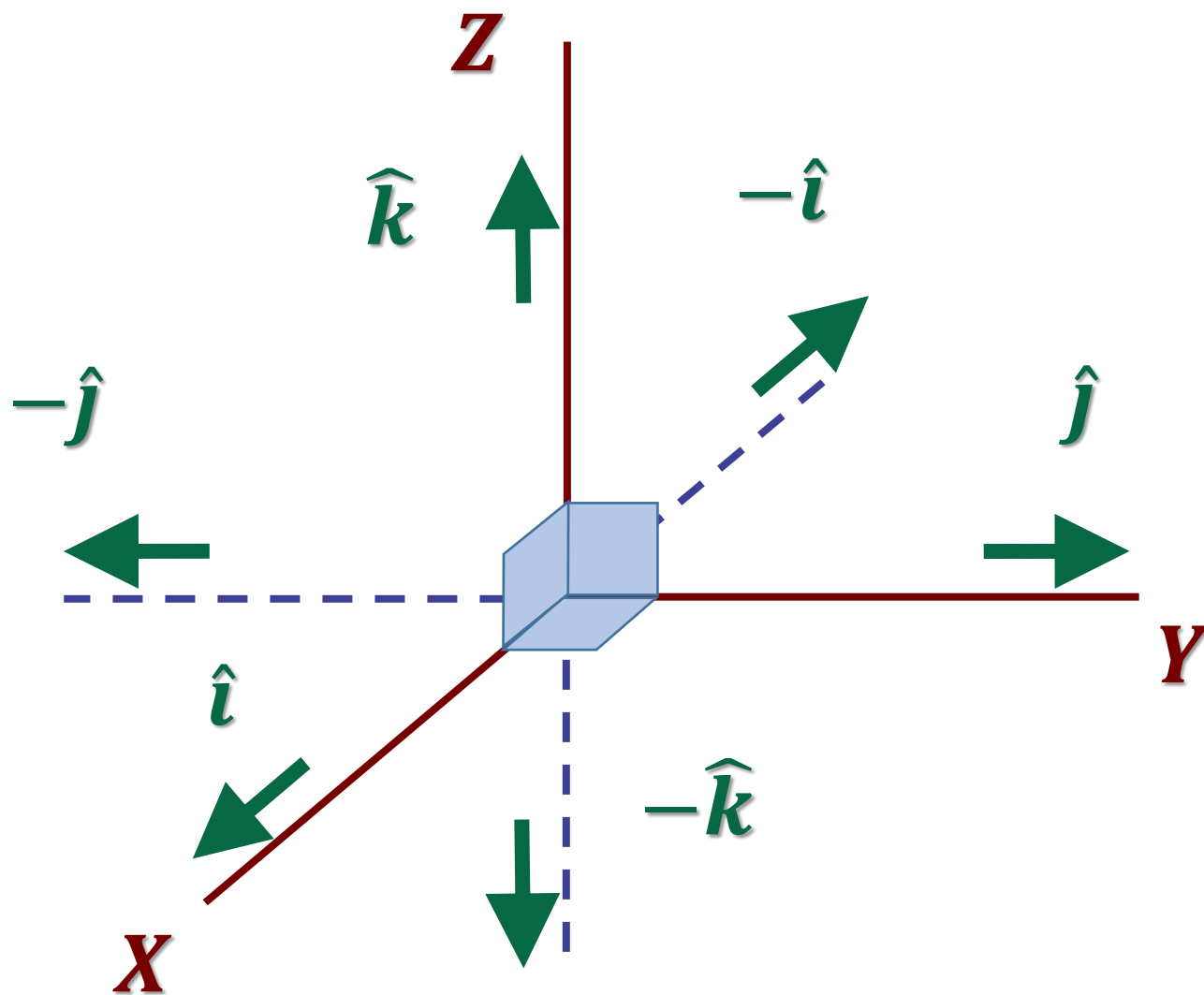


$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z$$

Si las componentes de un vector son mutuamente perpendiculares

$$|\vec{A}| = \sqrt{|\vec{A}_x|^2 + |\vec{A}_y|^2 + |\vec{A}_z|^2}$$

VECTORES UNITARIOS EN EJES XYZ



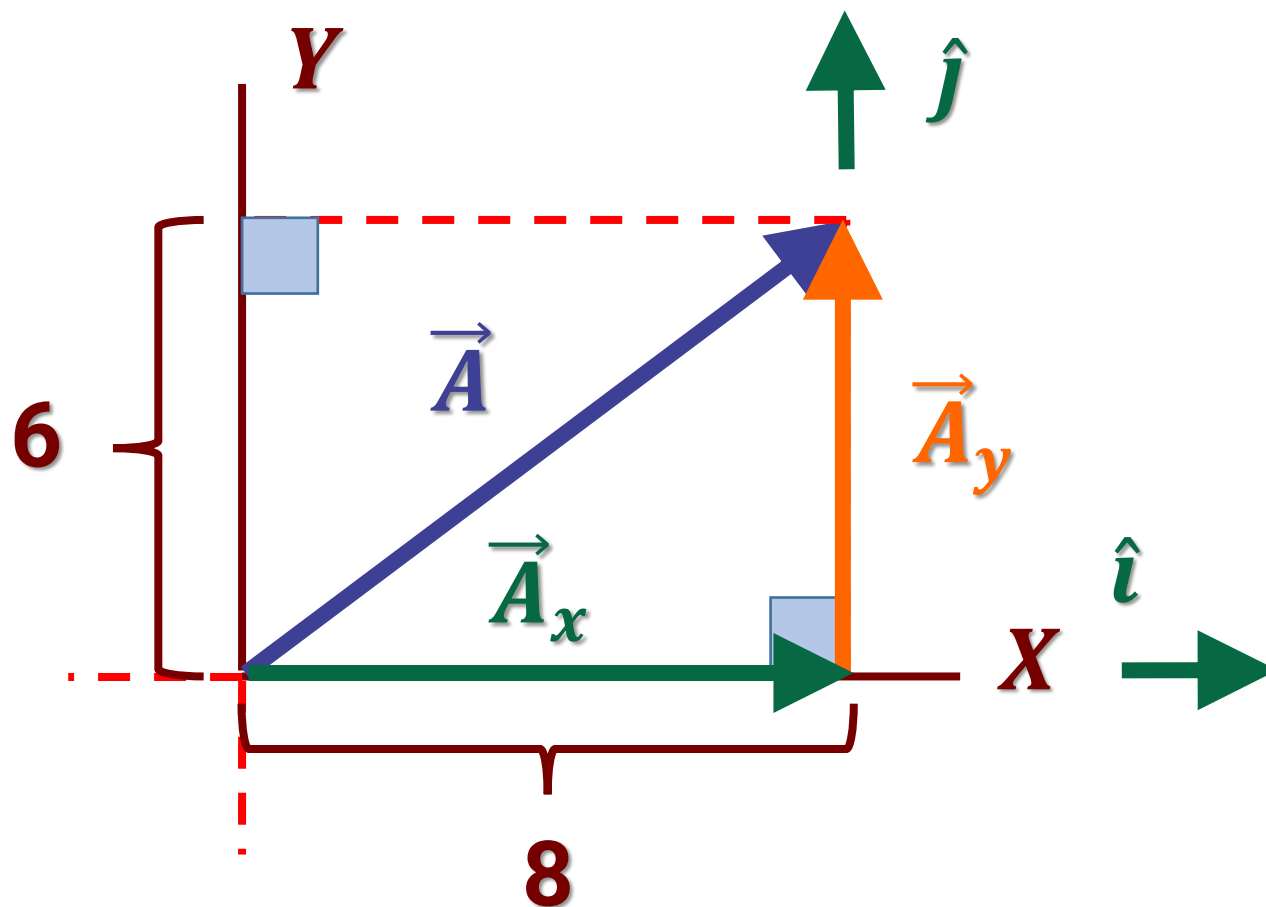
Vector : Módulo y Orientación

$$\vec{A}_x = 8 \hat{i}$$

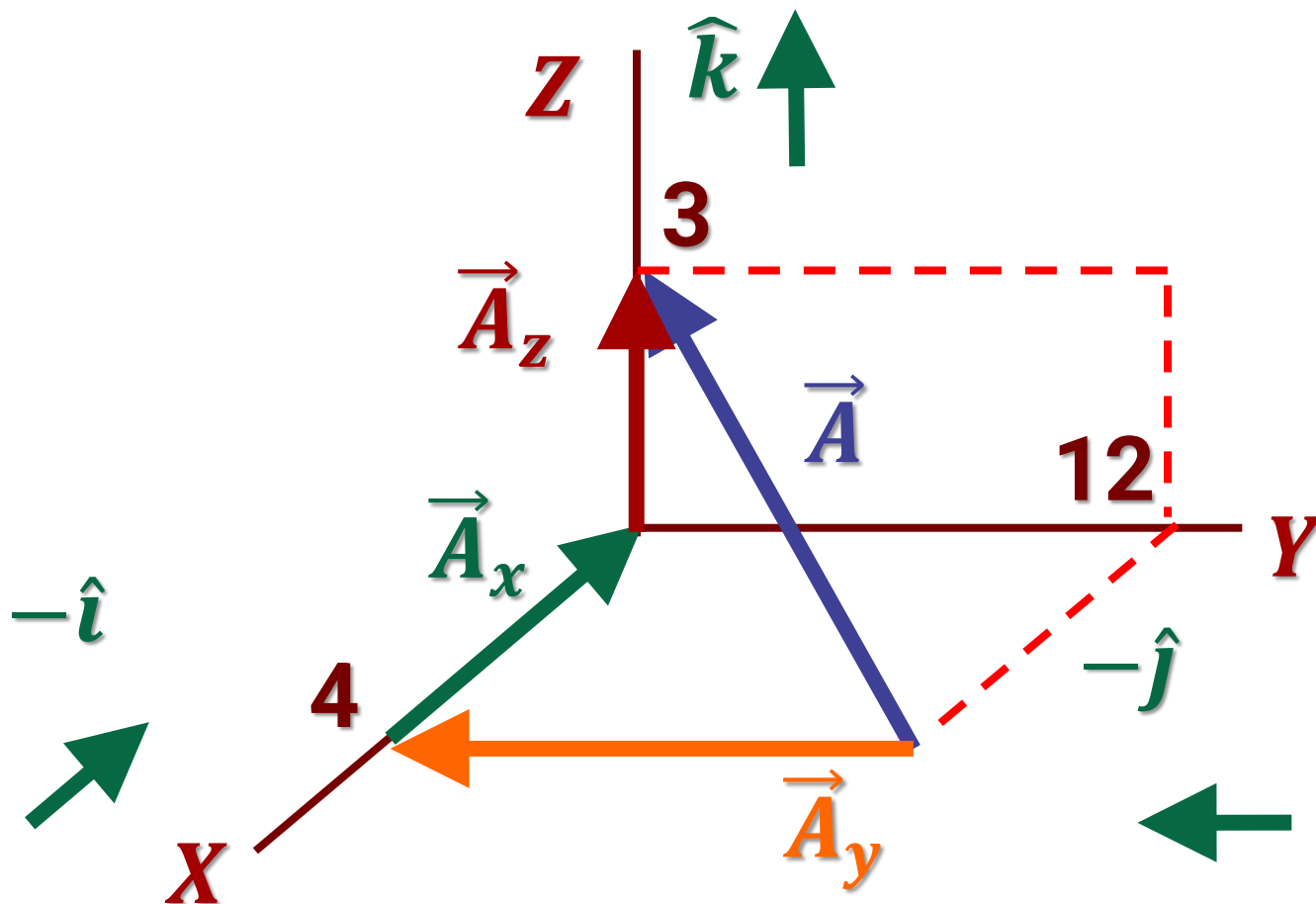
$$\vec{A}_y = 6 \hat{j}$$

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

$$\vec{A} = 8 \hat{i} + 6 \hat{j}$$

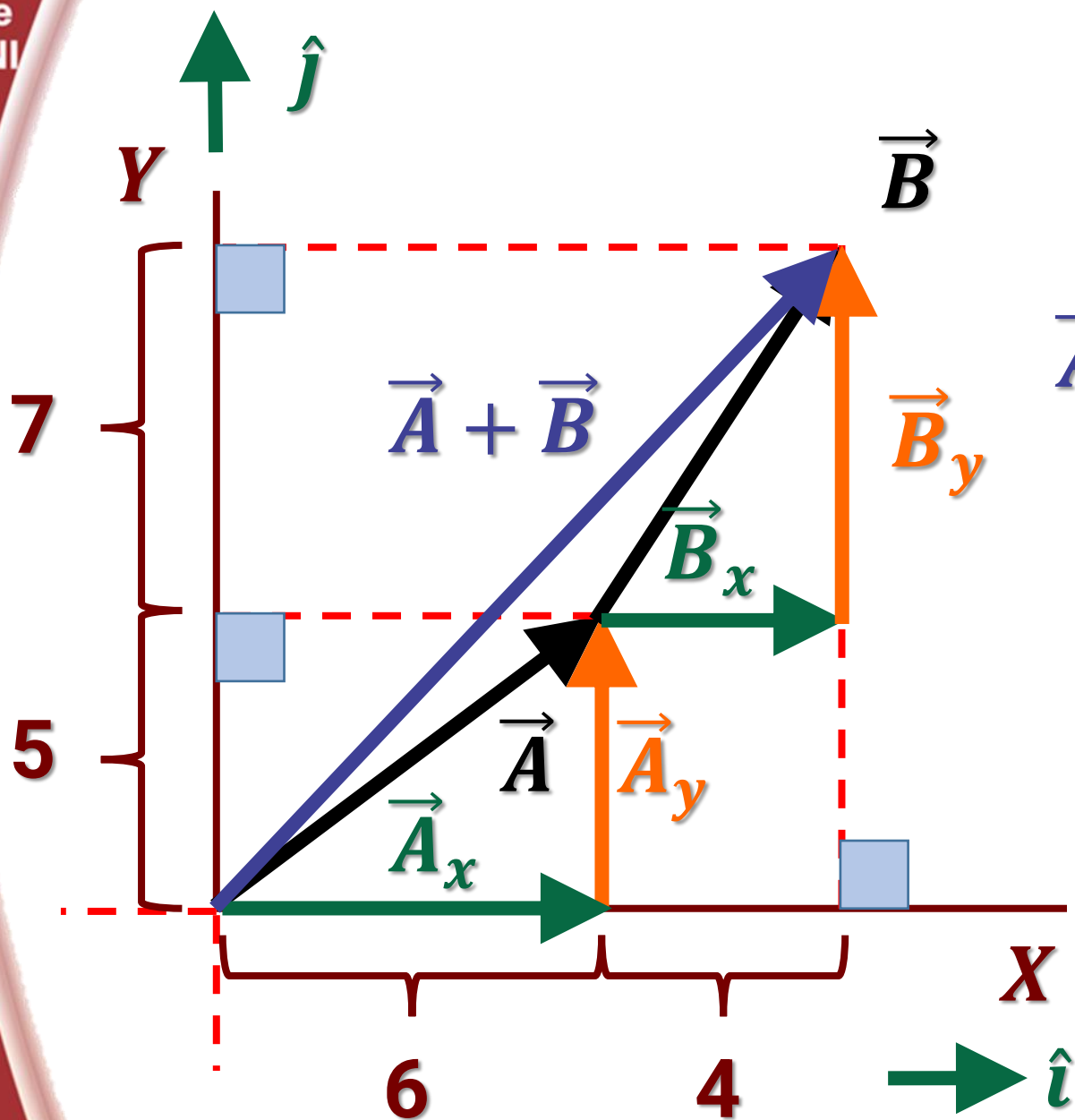


$$|\vec{A}| = \sqrt{|\vec{A}_x|^2 + |\vec{A}_y|^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$



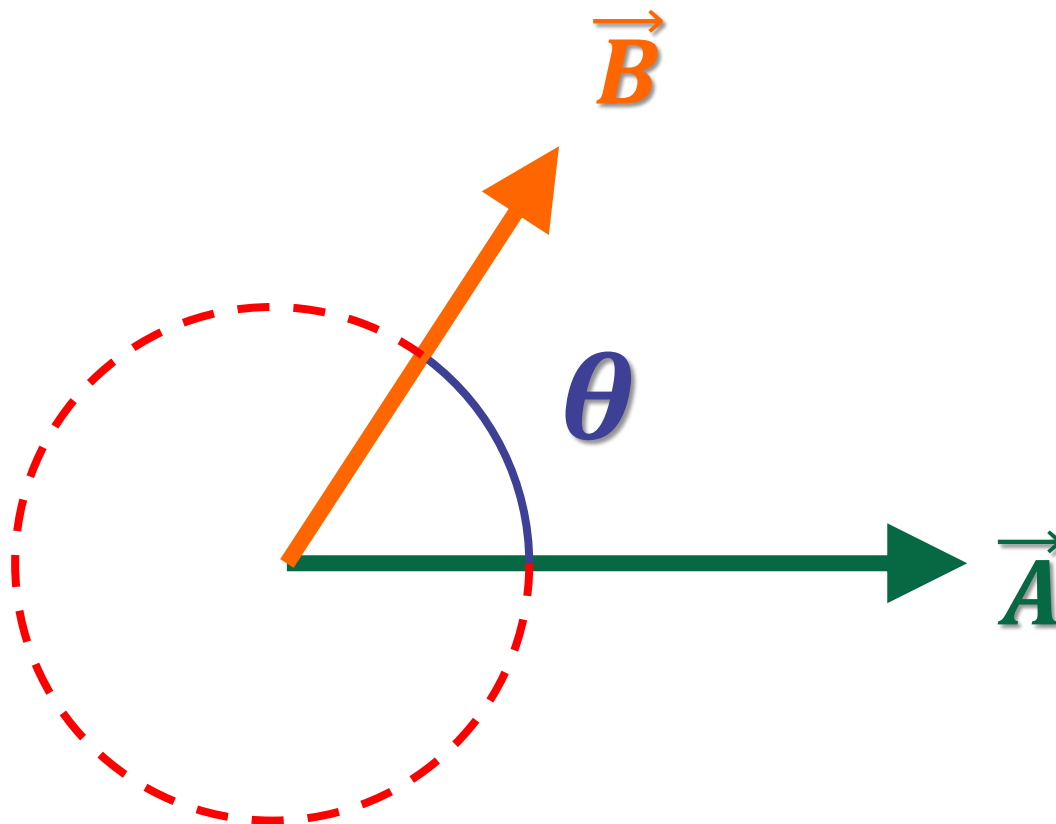
$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y + \vec{A}_z = 4(-\hat{i}) + 12(-\hat{j}) + 3 \hat{k}$$

$$\vec{A} = -4 \hat{i} - 12 \hat{j} + 3 \hat{k}$$



$$\begin{aligned}
 \vec{A} + \vec{B} &= \vec{A}_x + \vec{B}_x + \vec{A}_y + \vec{B}_y \\
 &= 6\hat{i} + 4\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{j} \\
 &= 10\hat{i} + 12\hat{j}
 \end{aligned}$$

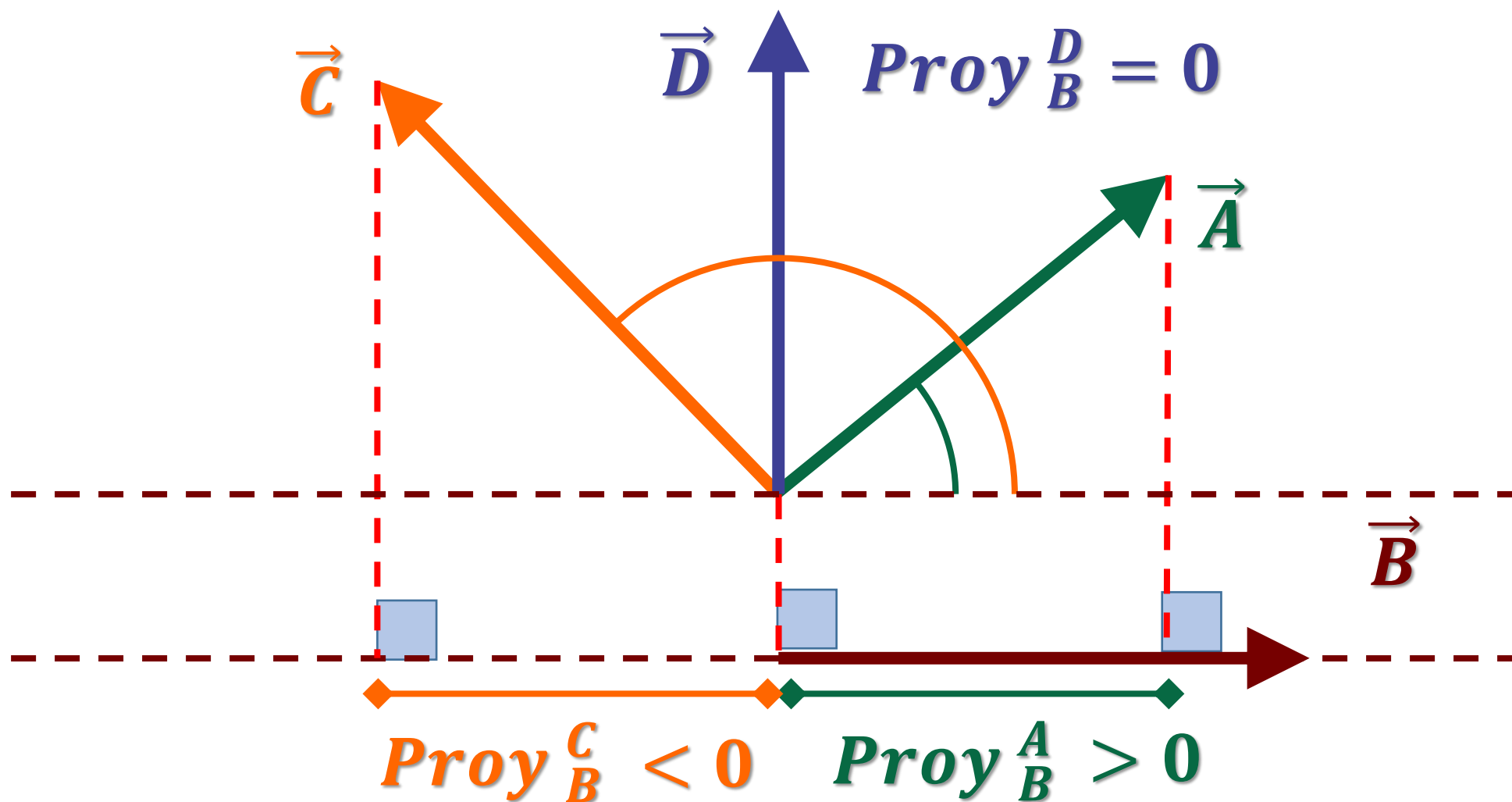
ÁNGULO ENTRE VECTORES

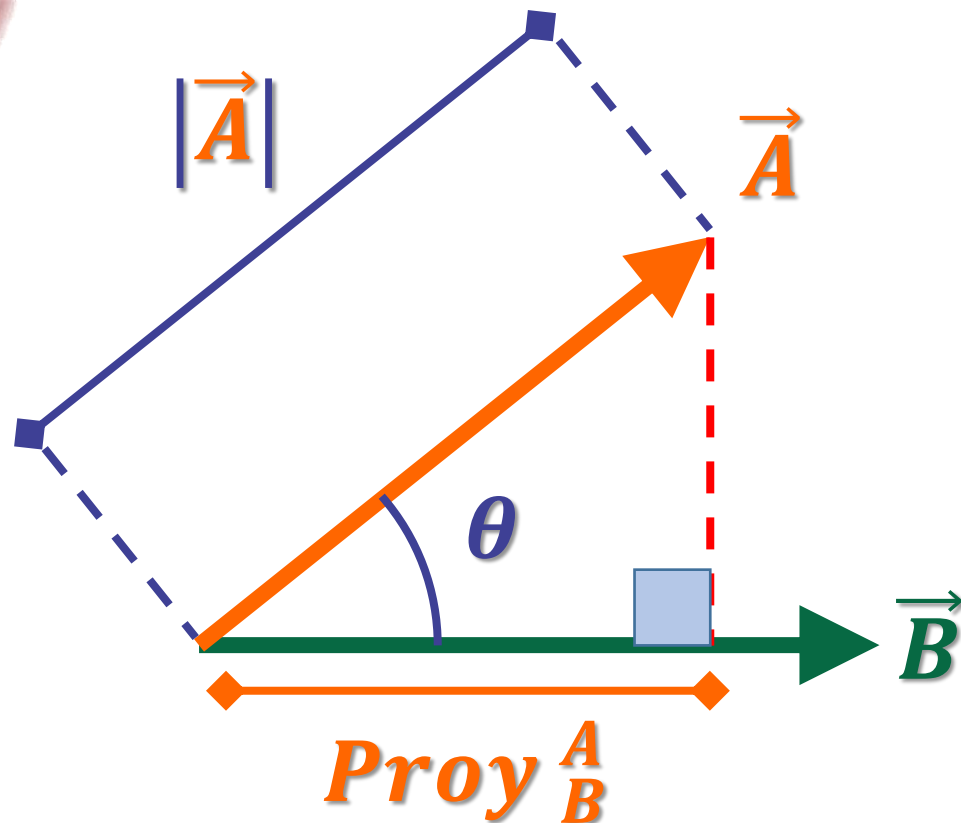


Es el menor ángulo entre ellos

$$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$

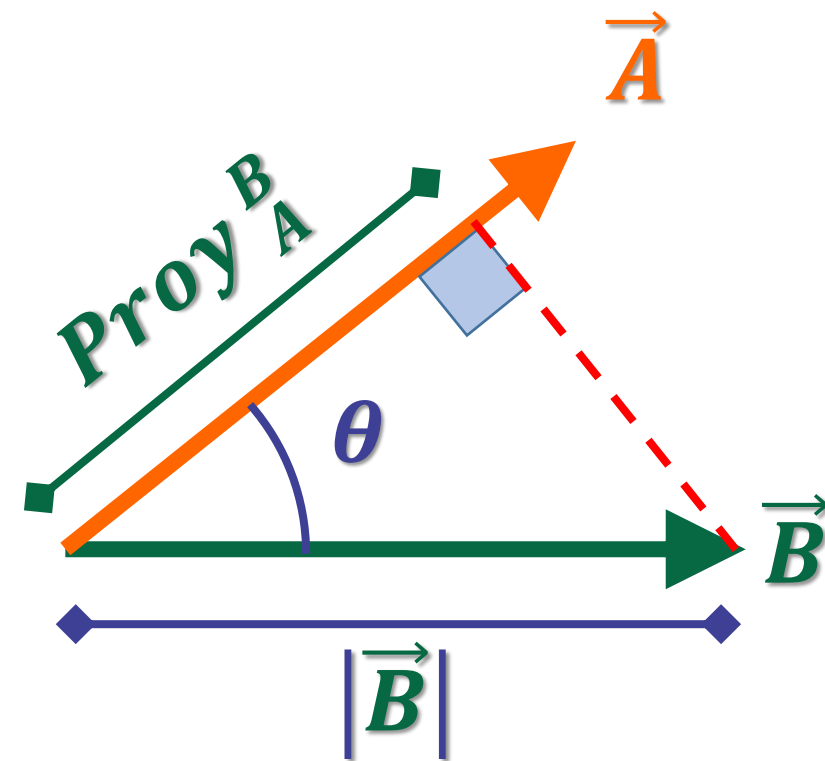
PROYECCIÓN DE UN VECTOR SOBRE OTRO





$$\cos\theta = \frac{\text{Ca. Ady.}}{\text{Hip.}} = \frac{\text{Proy}_B^A}{|\vec{A}|}$$

$$\Rightarrow \text{Proy}_B^A = |\vec{A}| \cos\theta$$

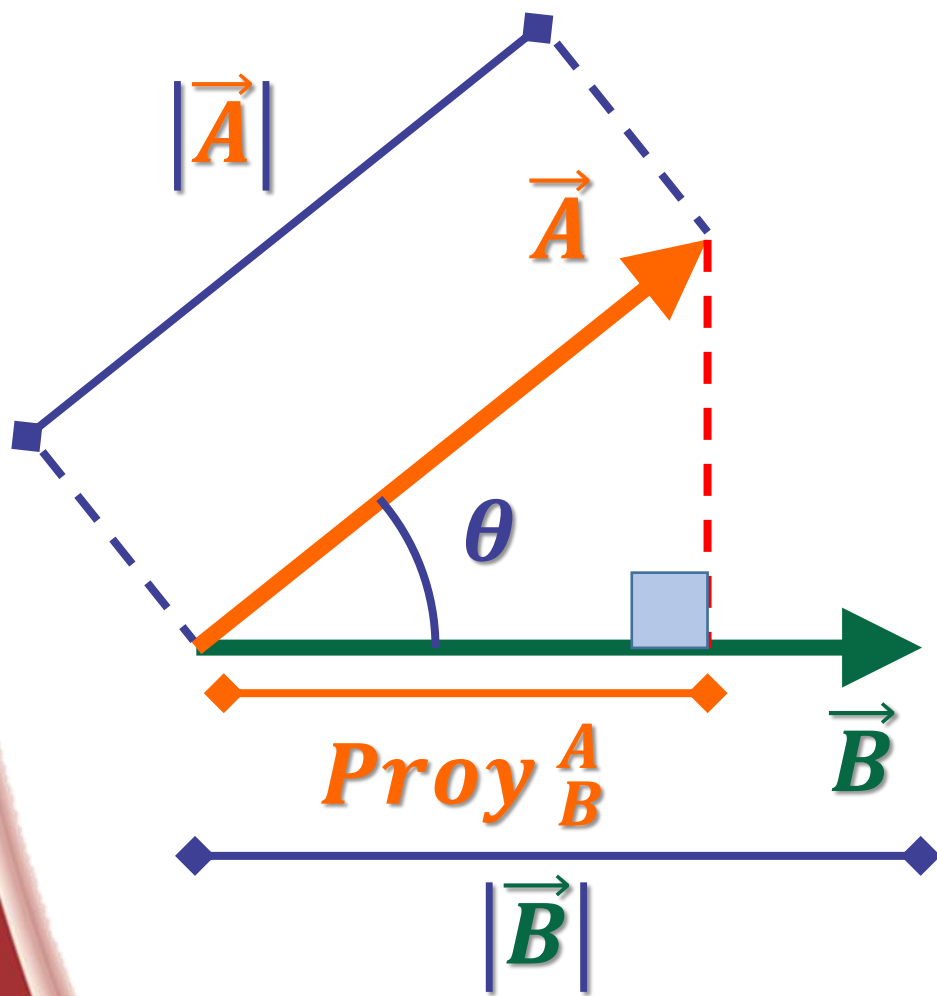


$$\cos\theta = \frac{\text{Ca. Ady.}}{\text{Hip.}} = \frac{\text{Proy}_A^B}{|\vec{B}|}$$

$$\Rightarrow \text{Proy}_A^B = |\vec{B}| \cos\theta$$

PRODUCTO ESCALAR

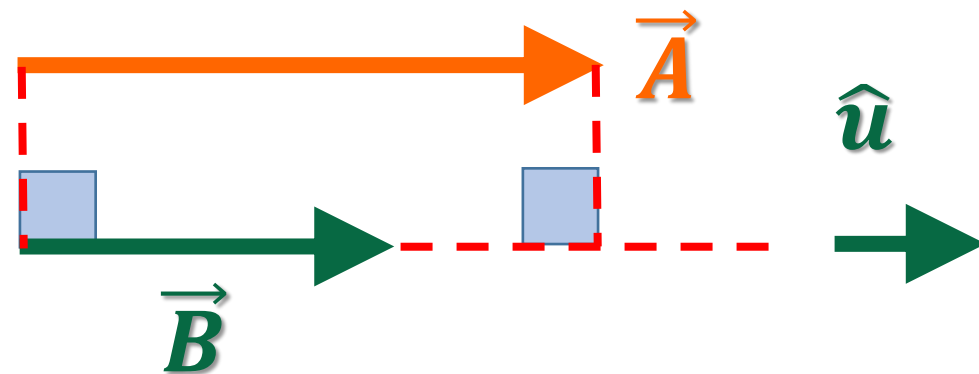
Este producto se simboliza como $\vec{A} \cdot \vec{B}$



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \text{Proy}_B^A |\vec{B}| = |\vec{A}| \cos \theta |\vec{B}|$$

$$\vec{B} \cdot \vec{A} = \text{Proy}_A^B |\vec{A}| = |\vec{B}| \cos \theta |\vec{A}|$$

$$\vec{B} \cdot \vec{A} = \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$



$$\vec{A} = |\vec{A}|\hat{u}$$

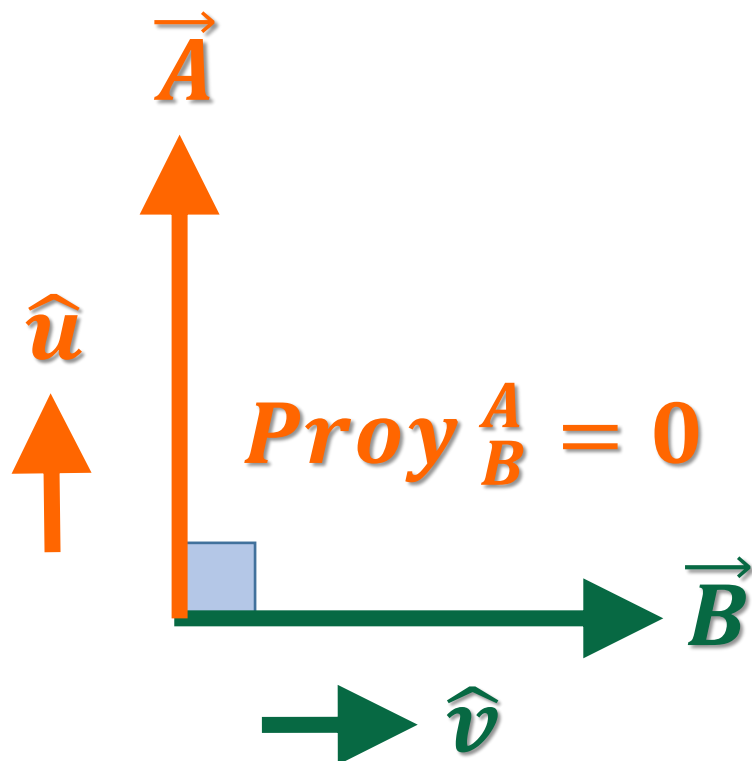
$$\vec{B} = |\vec{B}|\hat{u}$$

$$Proy_B^A = |\vec{A}|$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = Proj_B^A |\vec{B}| \Rightarrow (|\vec{A}|\hat{u}) \cdot (|\vec{B}|\hat{u}) = |\vec{A}||\vec{B}|$$

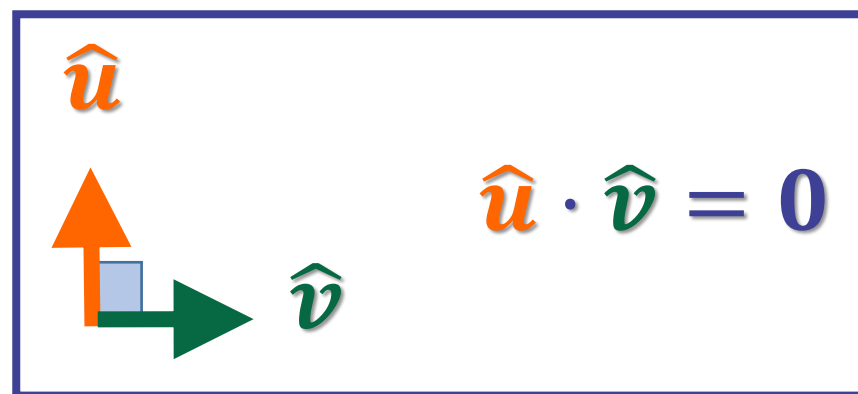
$$\hat{u} \cdot \hat{u} = 1$$

$$\text{Entonces } \hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = Proj_{\vec{B}}^{\vec{A}} |\vec{B}|$$

$$(|\vec{A}| \hat{u}) \cdot (|\vec{B}| \hat{v}) = 0$$



Entonces $\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$

$$\vec{A} = 6 \hat{i} + 4 \hat{j}; \quad \vec{B} = 2 \hat{i} - 3 \hat{j}$$

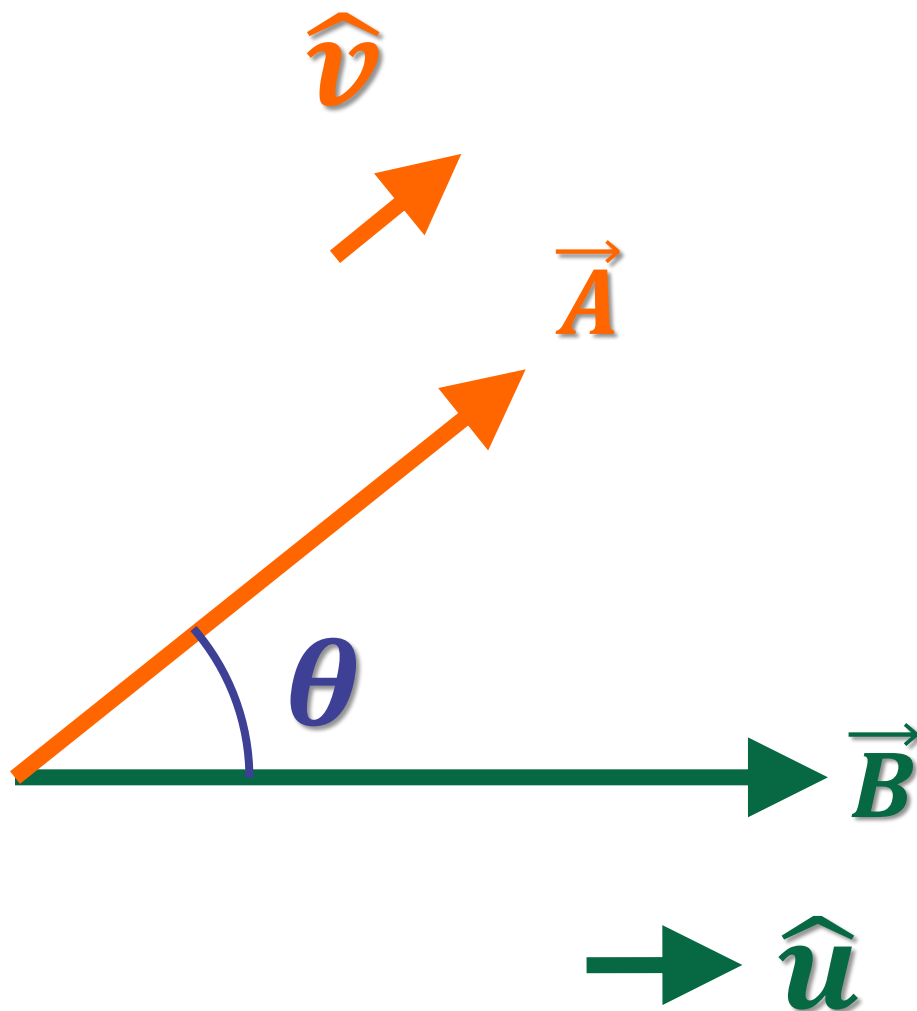
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (6 \hat{i} + 4 \hat{j}) \cdot (2 \hat{i} - 3 \hat{j})$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 6 \hat{i} \cdot 2 \hat{i} + 6 \hat{i} \cdot (-3 \hat{j}) + 4 \hat{j} \cdot 2 \hat{i} + 4 \hat{j} \cdot (-3 \hat{j})$$

$$\begin{aligned} \vec{A} \cdot \vec{B} \\ = (6)(2) \hat{i} \cdot \hat{i} + (6)(-3) \hat{i} \cdot \hat{j} + (4)(2) \hat{j} \cdot \hat{i} + (4)(-3) \hat{j} \cdot \hat{j} \end{aligned}$$

$\underbrace{\hat{i} \cdot \hat{i}}_1$
 $\underbrace{\hat{i} \cdot \hat{j}}_0$
 $\underbrace{\hat{j} \cdot \hat{i}}_0$
 $\underbrace{\hat{j} \cdot \hat{j}}_1$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (6)(2) + (4)(-3) = 12 - 12 = 0$$



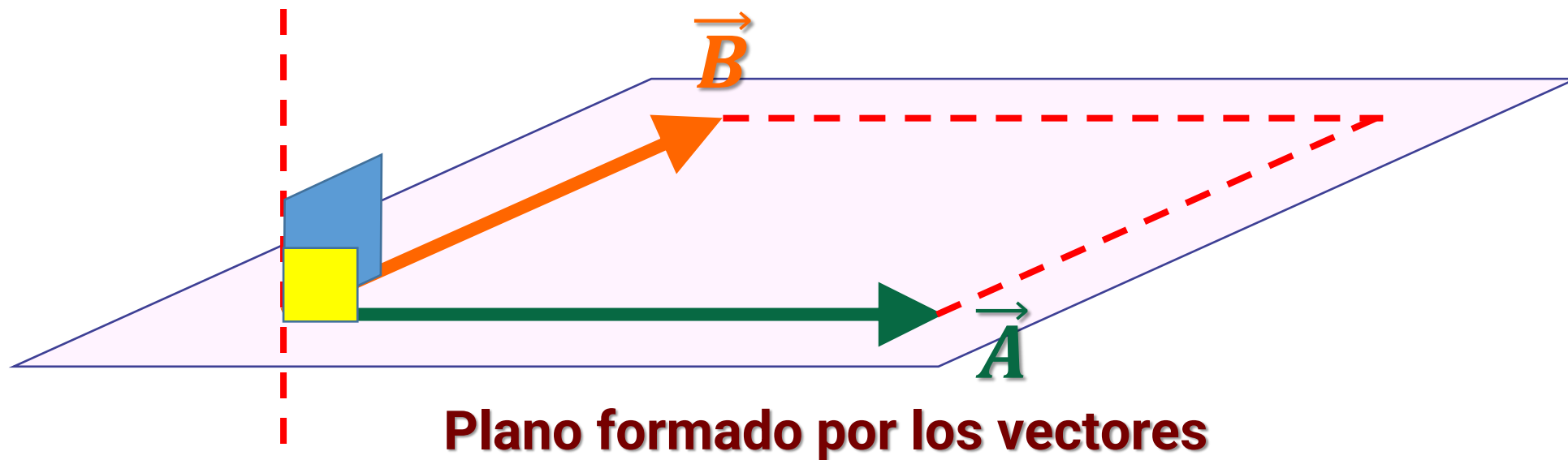
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

$$(|\vec{A}|\hat{u}) \cdot (|\vec{B}|\hat{v}) = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

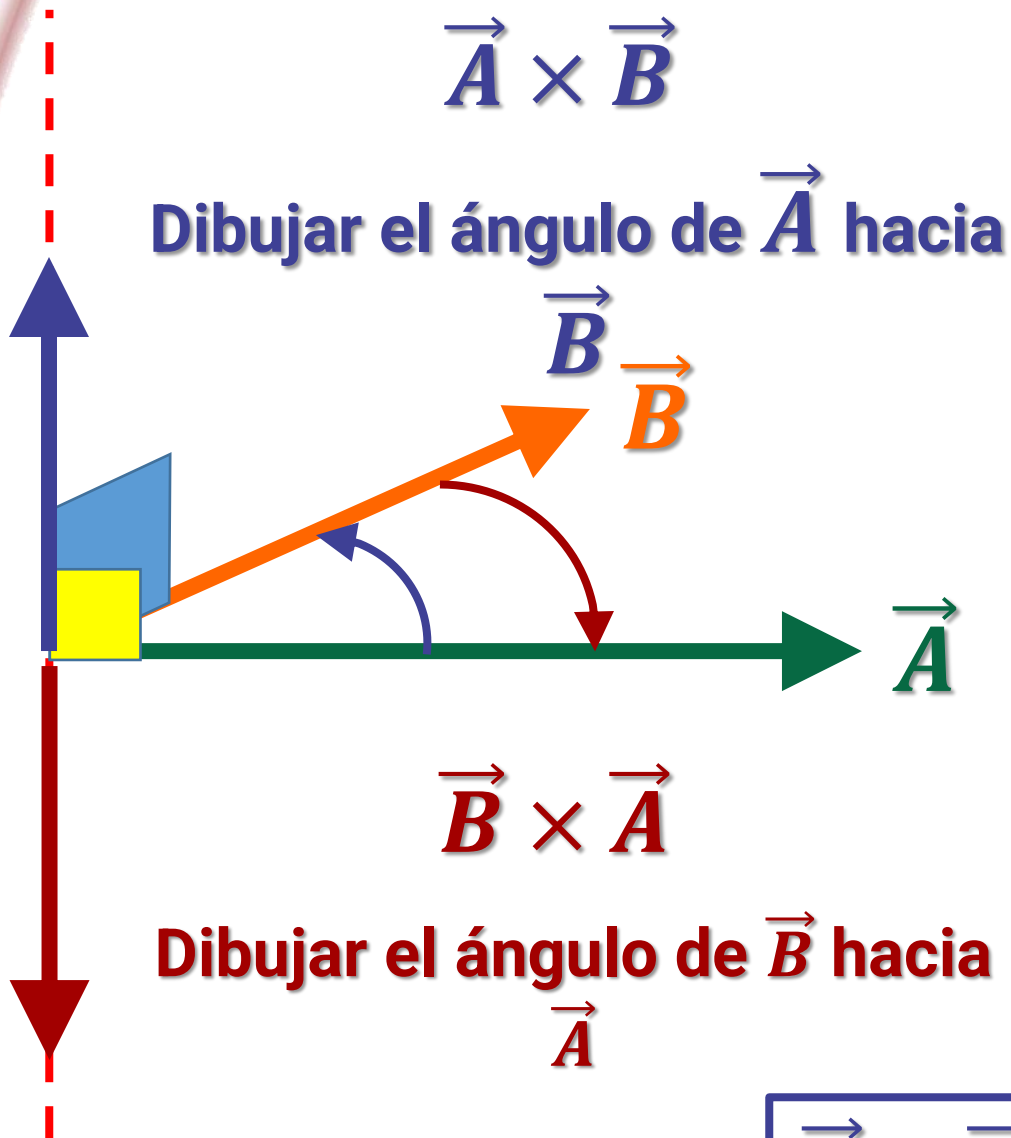
$$\hat{u} \cdot \hat{v} = \cos \theta$$

PRODUCTO VECTORIAL

Este producto se simboliza como $\vec{A} \times \vec{B}$



$\vec{A} \times \vec{B}$ es un vector perpendicular al plano formado por los vectores



Luego de imitar el sentido del ángulo con los dedos de la mano derecha

El pulgar derecho nos indica

la orientación de $\vec{A} \times \vec{B}$

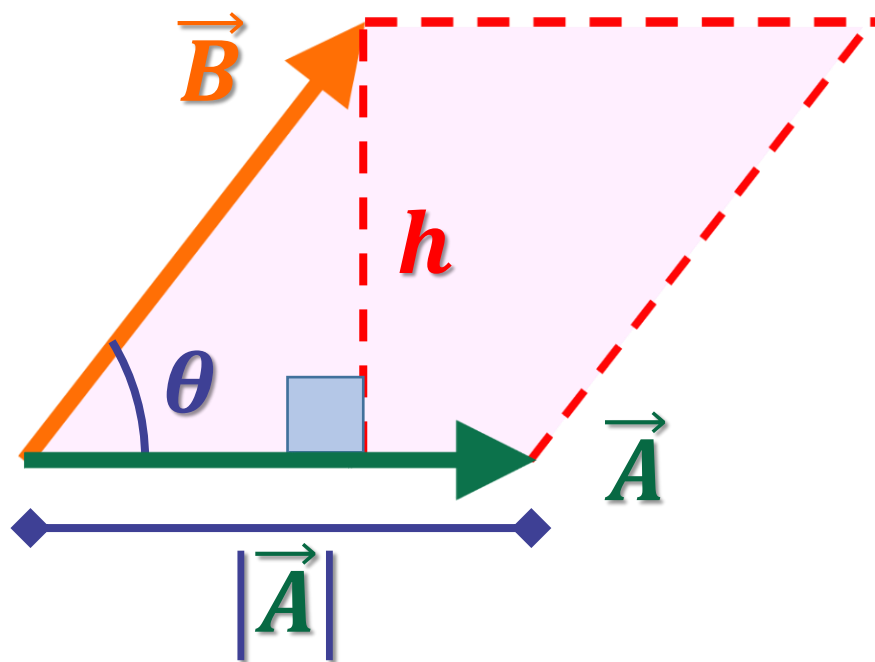
Luego de imitar el sentido del ángulo con los dedos de la mano derecha

El pulgar derecho nos indica

la orientación de $\vec{B} \times \vec{A}$

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

El módulo de $\vec{A} \times \vec{B}$ representa el área del paralelogramo formado por los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.



$$\text{sen}\theta = \frac{\text{Cat.Op.}}{\text{Hip.}} = \frac{h}{|\vec{B}|}$$

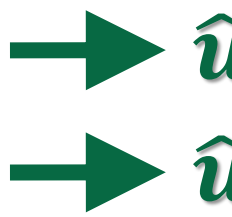
$$h = |\vec{B}| \text{sen}\theta$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = (\text{Base})(\text{Altura}) = |\vec{A}| h = |\vec{A}| |\vec{B}| \text{sen}\theta$$

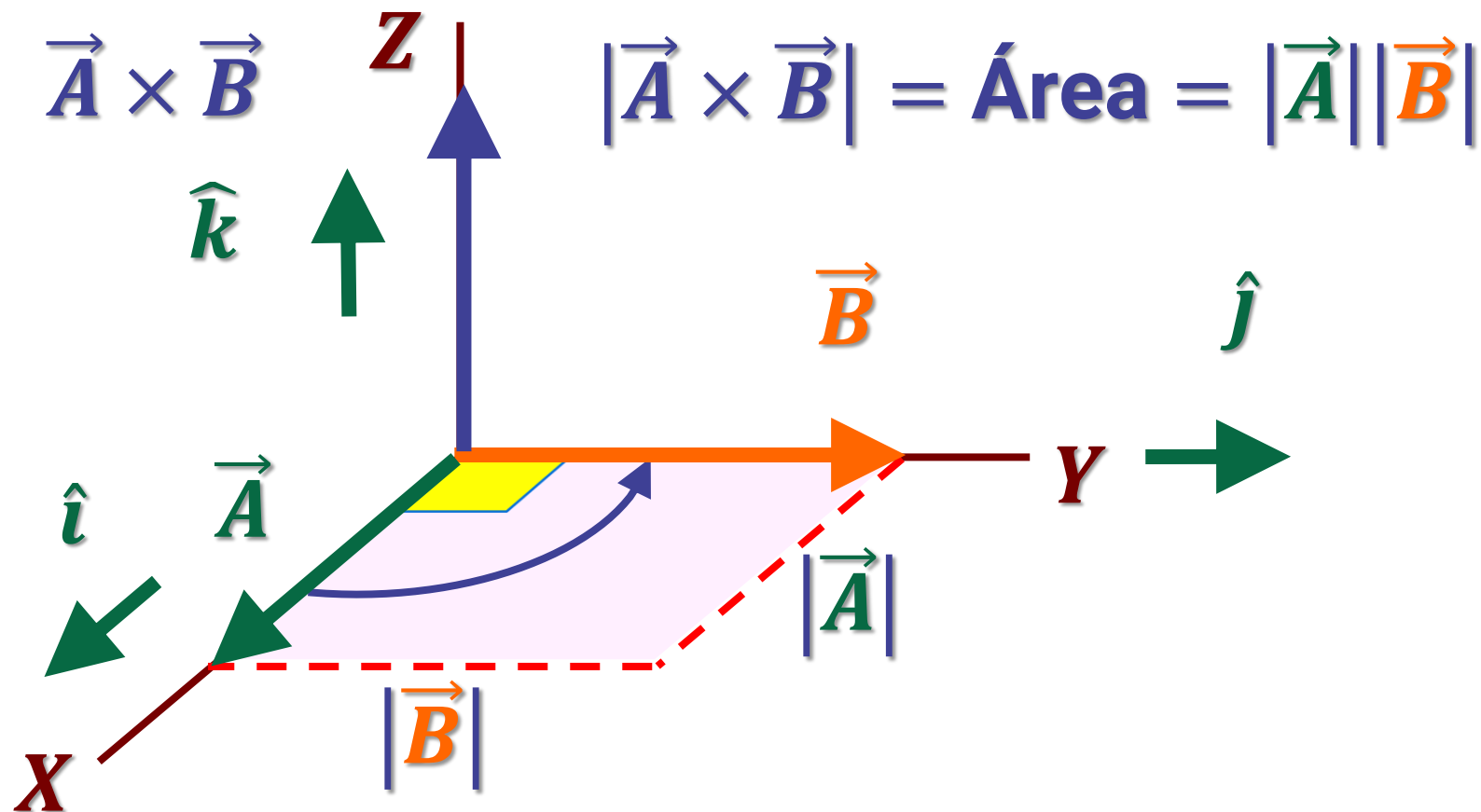
Recordando que $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

$$\text{si } \vec{A} = \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{A} \Rightarrow 2\vec{A} \times \vec{A} = \vec{0} \Rightarrow \vec{A} \times \vec{A} = \vec{0}$$

$$\vec{A} \times \vec{A} = (|\vec{A}|\hat{u}) \times (|\vec{A}|\hat{u}) = \vec{0}$$

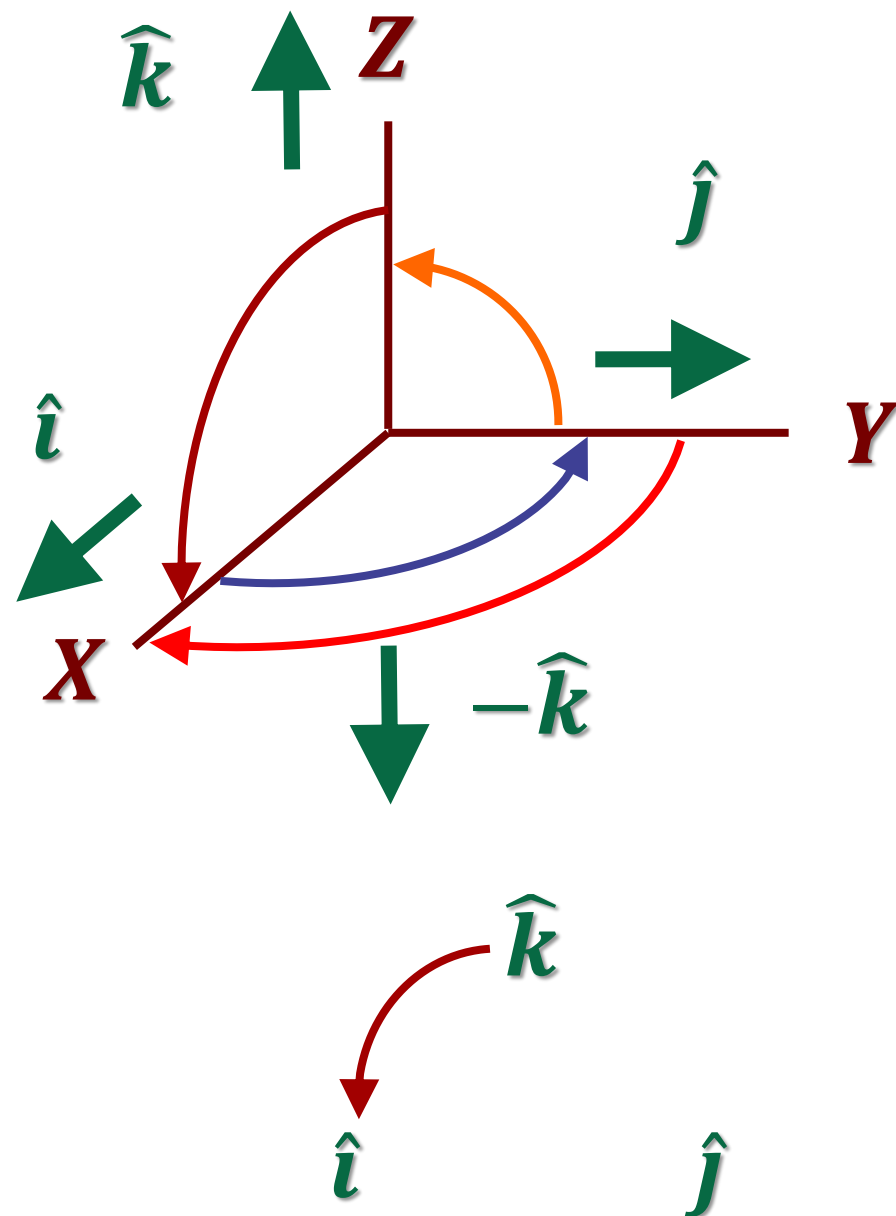
 $\hat{u} \times \hat{u} = \vec{0}$

Entonces $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \vec{0}$



$$\vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A} \times \vec{B}| \hat{k} \Rightarrow (|\vec{A}| \hat{i}) \times (|\vec{B}| \hat{j}) = |\vec{A}| |\vec{B}| \hat{k}$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$$



$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

$$\vec{A} = 6\hat{i} + 4\hat{j}; \quad \vec{B} = 2\hat{i} - 3\hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (6\hat{i} + 4\hat{j}) \times (2\hat{i} - 3\hat{k})$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = 6\hat{i} \times 2\hat{i} + 6\hat{i} \times (-3\hat{k}) + 4\hat{j} \times 2\hat{i} + 4\hat{j} \times (-3\hat{k})$$

$$\vec{A} \times \vec{B} =$$

$$(6)(2)\underbrace{\hat{i} \times \hat{i}}_{\vec{0}} + (6)(-3)\underbrace{\hat{i} \times \hat{k}}_{-\hat{j}} + (4)(2)\underbrace{\hat{j} \times \hat{i}}_{-\hat{k}} + (4)(-3)\underbrace{\hat{j} \times \hat{k}}_{\hat{i}}$$

$$\begin{aligned} \vec{A} \times \vec{B} &= (6)(-3)(-\hat{j}) + (4)(2)(-\hat{k}) + (4)(-3)(\hat{i}) \\ &= -12\hat{i} + 18\hat{j} - 8\hat{k} \end{aligned}$$

$$\vec{A} = 6 \hat{i} + 4 \hat{j}; \quad \vec{B} = 2 \hat{i} - 3 \hat{k}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 6 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

$$(4)(-3)\hat{i} + (0)(2)\hat{j} + (6)(0)\hat{k} - [(2)(4)\hat{k} + (0)(0)\hat{i} + (-3)(6)\hat{j}]$$

$$= -12 \hat{i} + 18 \hat{j} - 8 \hat{k}$$